

不同量测误差情况下 1D 和 2D 被动传感器交叉定位系统最优交会角研究

王国宏, 苏 伟, 白 晶, 钟佩琳

(海军航空工程学院信息融合技术研究所, 山东烟台 264001)

摘 要: 研究了不同量测维数(1D 和 2D)被动传感器测向交叉定位系统的最优交会角问题,在假定两个传感器的角度量测精度不一致的情况下计算出了目标位置均方根误差达到最小值的交会角,讨论了仰角和角度量测精度对最优交会角的影响,得出的相关结论对实现无源传感器的最优化配置,提高定位精度有一定的实际意义。

关键词: 交叉定位; 最优交会角; 被动传感器最优化配置

中图分类号: TN 971 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112(2009)06-1295-05

Study on Optimal Cut Angle in 1D and 2D Passive Sensor Triangulation with Different Measure Errors

WANG Guo-hong, SU Wei, BAI Jing, ZHONG Per lin

(Research Institute of Information Fusion, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai, Shandong 264001, China)

Abstract: The optimal cut angle in passive triangulation system is studied in the case of bearing only (1D) and two dimensional (2D) passive sensor system. In the sense of minimum RMSE, the optimum cut angle is obtained under the consideration that the two sensors have different measure accuracy. The influence on the optimal cut angle caused by elevation and measure accuracy is discussed. The obtained results are helpful for the optimal deployment of passive sensors.

Key words: triangulation; optimal cut angle; optimal deployment of passive sensors

1 引言

利用辐射源(或目标)的角度量测信息对目标进行定位是最常用的无源定位技术之一,它在电子战(EW)和电子情报(ELINT)系统中有着广泛的应用^[1].在多站无源定位系统中,利用多个被动传感器测量的方位角或 LOS(Line of Sight)矢量信息进行交叉定位可得到目标的位置,此时的定位精度与诸多因素有关,如传感器的角度量测精度、目标与传感器间的相对几何位置等。

相对于无源定位滤波算法而言^[2,3],目前对无源传感器进行优化布局配置的研究较少^[4-9].在目标到基线距离等于常数的前提下,文献[4]研究了定位模糊区面积达到最小值的必要条件.文献[5]研究了当目标在监视区域内做任意运动时圆概率误差达到最小值时测向线交会角所满足的必要条件,同时还分析了定位模糊区面积达到最小值的必要条件.但是得到这些结论的前提假设是进行无源定位的两个传感器的角度量测误差相等,而在实际应用中很可能存在不相等的情况.据本文

作者所知,在被动传感器量测精度不相等情况下,如何确定无源定位系统中的最优交会角尚未见到有关报道。

同时,在被动传感器定位系统中,既存在传感器量测维数相等的情况,也存在传感器量测维数不相等的情况.对于不同量测维数的被动传感器交叉定位系统的优化配置,据作者的了解,目前也还未见到有关报道。

本文以 1D 和 2D 被动传感器组成的测向交叉定位系统中最优交会角的配置为对象,对传感器的最优化配置进行了研究,在假定两个传感器的角度量测精度不一致的情况下,计算出了目标位置均方根误差达到最小值的交会角,讨论了仰角以及角度测量精度对最优交会角的影响。

2 定位原理

本文采用方向矢量和平面交叉定位方法.如图 1 所示,假设传感器 1 为 2D 被动传感器,位于坐标系原点,测得的方位角和俯仰角分别为 θ_1 和 ε_1 ,与 $(\theta_1, \varepsilon_1)$ 对应的目标方向矢量记为 \vec{OT} .传感器 2 为 1D 被动传感器,

测得的方位角 θ_2 形成一个平面 ABT , 交点 (x, y, z) 即为目标的估计位置, B 为目标在 xoy 平面的投影. 假定测量噪声均为零均值高斯白噪声, 二个传感器的方位角测量方差分别为 $\sigma_{\theta_i}^2 (i=1, 2)$, 传感器 1 的俯仰角测量方差为 $\sigma_{\varepsilon_1}^2$. 设 $\sigma_{\theta_1}^2 = k_1 \cdot \sigma_{\theta_2}^2$, $\sigma_{\varepsilon_1}^2 = k_2 \cdot \sigma_{\theta_2}^2$ 且 $k_1 > 0, k_2 > 0$. 图 2 为交叉定位投影在 xoy 平面的示意图, 两个传感器到目标投影 B 的距离分别为 $D_i (i=1, 2)$, 传感器基线长度为 D . 设交会角 $\varphi = \theta_2 - \theta_1$, 同时假设 $\theta_1 \in [0, \pi], \theta_2 \in [0, \pi]$ 且 $\theta_2 > \theta_1$, 即目标位于两个传感器的基线上或基线上方, 这里得出的结论同样适用于目标位于基线下方的情况. 在该模型中, 当 $\varepsilon_1 = 0^\circ, k_2 = 0$ 时, 即对应为两被动传感器皆为纯方位角进行交叉定位的情况, 因此本文将纯方位角量测的情况做为不同量测维数情况的一种特例进行讨论.

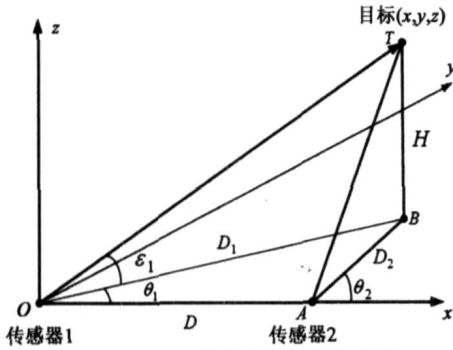


图1 1D和2D被动传感器交叉定位图

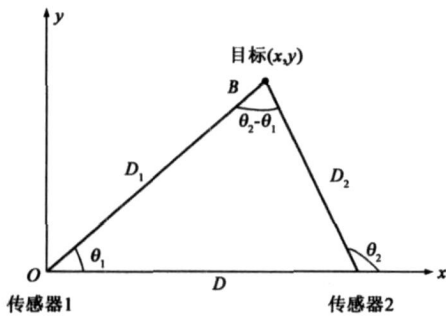


图2 投影在 XOY 平面上的交叉定位示意图

根据正弦定理计算并化简得到目标的估计位置为

$$\hat{x} = \frac{D \cdot \sin \theta_2}{\sin(\theta_2 - \theta_1)} \cdot \cos \theta_1 \quad (1)$$

$$\hat{y} = \frac{D \cdot \sin \theta_2}{\sin(\theta_2 - \theta_1)} \cdot \sin \theta_1 \quad (2)$$

$$\hat{z} = \frac{D \cdot \sin \theta_2}{\sin(\theta_2 - \theta_1)} \cdot \tan \varepsilon_1 + z_1 \quad (3)$$

其中, z_1 为传感器 1 的站址高度

3 目标位置均方根误差最小时的交会角

通常采用的一种衡量定位误差的直观方式是目标位置的均方根误差, 在本文研究的三维情况时表示如下:

$$E_r = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2} \quad (4)$$

对式(1), (2), (3)两边进行微分进而可求得 $\sigma_x^2, \sigma_y^2, \sigma_z^2$, 详细推导见附录 A.

根据求得的 $\sigma_x^2, \sigma_y^2, \sigma_z^2$ 和前面的假设可得

$$\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 = D^2 \cdot \sigma_{\theta_2}^2 \cdot f(\theta_1, \theta_2, \varepsilon_1) \quad (5)$$

其中

$$f(\theta_1, \theta_2, \varepsilon_1) =$$

$$\frac{k_1 \cdot (\sin^2 \theta_2 + \sin^2 \theta_2 \cos^2(\theta_2 - \theta_1) \tan^2(\varepsilon_1)) + \sin^2 \theta_1 / \cos^2(\varepsilon_1)}{\sin^4(\theta_2 - \theta_1)} + \frac{k_2 \cdot \sin^2 \theta_2 \sin^2(\theta_2 - \theta_1) / \cos^4(\varepsilon_1)}{\sin^4(\theta_2 - \theta_1)} \quad (6)$$

通常情况下, 式(5)中 $D, \sigma_{\theta_2}^2, k_1$ 和 k_2 均为已知. 要使 E_r 达到最小, 就要求三元函数 $f(\theta_1, \theta_2, \varepsilon_1)$ 的极小值点.

4 计算方法分析

由于求解三元函数极值较为复杂, 这里我们考虑次优的方法, 设 ε_1 为一定值, 研究不同 ε_1 情况下方位交会角 φ 的变化. 另一方面, 从实际应用中看, 研究两个传感器的最优交会配置, 也主要是通过考虑方位交会角 φ 来实现传感器的优化配置, 并研究仰角大小及其精度对最优交会定位的影响. 因此, 只将 $f(\theta_1, \theta_2, \varepsilon_1)$ 分别对 θ_1, θ_2 求偏导, 在其后再取不同的 ε_1 值来研究其对交会角 φ 的影响, 解出的最优交会角为恒俯仰角下的最优方位交会角, 为方便讨论仍简称为最优交会角.

由式(6)可令

$$\left. \frac{\partial f}{\partial \theta_i} \right|_{i=1,2} = 0 \quad (7)$$

对非线性方程组(7), 当 $k_2 = 0, \varepsilon_1 = 0^\circ$ 时, 即等价于两被动传感器皆为纯方位量测的情况, 这时通过计算化简可得

$$\sin 2\theta_1 + k_1 \sin 2\theta_2 = 0 \quad (8)$$

从式(8)可直接看出存在下面两组与 k_1 无关的解

$$\begin{cases} \theta_1^0 = 0 \\ \theta_2^0 = \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} \theta_1^0 = \frac{\pi}{2} \\ \theta_2^0 = \pi \end{cases} \quad (9)$$

设 $\cos \theta_2 = z$, 则 $\sin \theta_2 = \sqrt{1 - z^2}$, 代入(8)可得如下两组与 k_1 有关的

$$\cos \theta_1 = \pm \frac{\sqrt{2 + 2\sqrt{1 - 4\lambda^2}}}{2} \quad \text{和} \quad \cos \theta_1 = \pm \frac{\sqrt{2 - 2\sqrt{1 - 4\lambda^2}}}{2} \quad (10)$$

$$\text{其中} \quad \lambda = -k_1 z \sqrt{1 - z^2} \quad (11)$$

在约束条件 $\theta_1 \in [0, \pi], \theta_2 \in [0, \pi]$ 和 $\theta_2 > \theta_1$ 下通

过数值计算式(10)即可求得极值点(θ_1^0, θ_2^0)。

当 $k_2 \neq 0$ 时, 即等价于传感器 1 具有方位角和仰角量测信息, 传感器 2 只有方位角量测信息的情况. 此时采用 Newton 迭代法对式(7)进行求解.

在迭代求解式(7)时, 解出的极值点(θ_1^0, θ_2^0)除了满足最小 E 的极值点之外还含有极限情况下的点, 即目标在传感器附近和在基线及其延长线上的点, 而这些点在实际工程中是没有意义的, 为不可行解. 因此, 要用 Newton 法解出有实际意义的极值点必须要较准确确定迭代初始值的范围. 本文采用数值计算方法, 设 $G(x) = \left(\frac{\partial f}{\partial \theta_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \theta_2}\right)^2 = 0$, 易知 $G(x)$ 的解满足非线性方程组(7), 可由数值计算粗略求解 $G(x)$ 得出(θ_1^0, θ_2^0)的初始值, 再将初始值用牛顿迭代法求解极值点.

5 计算结果及分析

5.1 计算结果

按照第 4 节的求解分析, 用数值计算解得目标位于基线上方时满足最小均方根误差的可行解. 表 1~ 4 为仰角 $\varepsilon_1 = 0^\circ$ 情况下, 两个被动传感器方位角 θ_1, θ_2 及交会角 φ 与 k_1, k_2 之间的关系. 其中, 表 1 为 $k_2 = 0$ 时的结果, 为便于观察分析, 将表 1 结果示于图 3; 表 2~ 4 为 $k_2 \neq 0$ 时的结果. 需要说明的是, 当 $k_2 = 0$ 时, 我们只考虑 $0 < k_1 \leq 1$ 的情况, 这是因为两个传感器只有方位角信息, 都是一维数据, 具有对称性, 假设任一个测量误差较大都不失一般性, 因此本文假设传感器 2 测角误差较大. 当 $k_2 \neq 0$ 时, 两传感器的量测维数不同, 不再具有对称性, 因此 k_1 可以小于等于 1 也可大于 1.

表 1 纯方位量测下 $\varphi, \theta_1, \theta_2$ 与 k_1 关系

k_1	k_2	ε_1	θ_1	θ_2	φ
0.1~0.5	0	0°	大于且接近 0°	大于且接近 90°	大于且接近 90°
0.6	0	0°	14.96°	118.13°	103.16°
0.8	0	0°	26.57°	135.00°	108.44°
1	0	0°	35.26°	144.74°	109.47°

图 4~ 9 为仰角大于零度时, 不同 k_1, k_2 即不同测

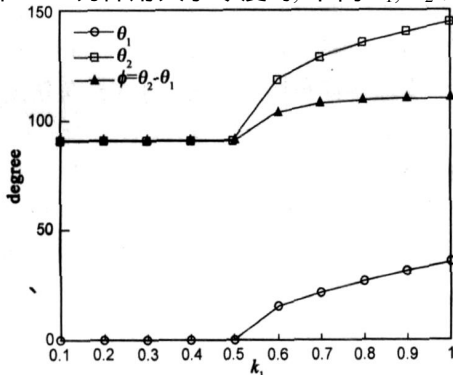


图 3 纯方位量测情况下最优交会角与 k_1 的关系

量精度条件下, 最优交会角 φ 及其对应三元函数 $f(\theta_1, \theta_2, \varepsilon_1)$ 极小值随仰角 ε_1 变化的曲线图.

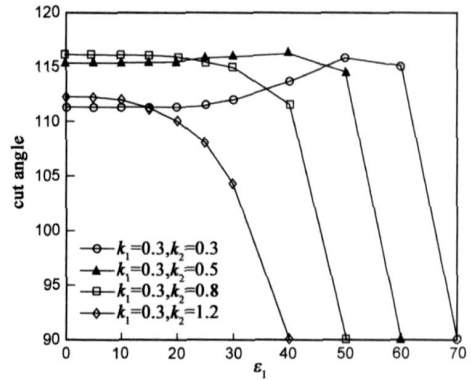


图 4 方位角测量精度较高情况下 φ 与仰角的关系

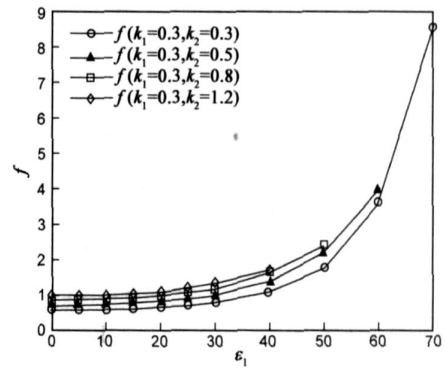


图 5 方位角测量精度较高情况下 $f(\theta_1, \theta_2, \varepsilon_1)$ 极小值与仰角关系

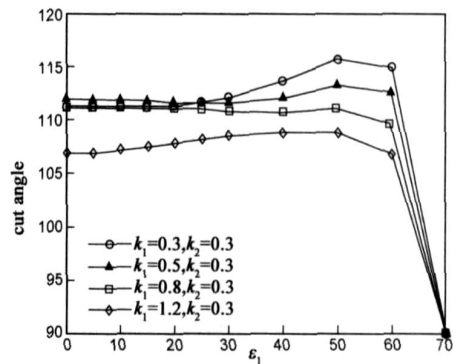


图 6 仰角测量精度较高情况下 φ 与仰角的关系

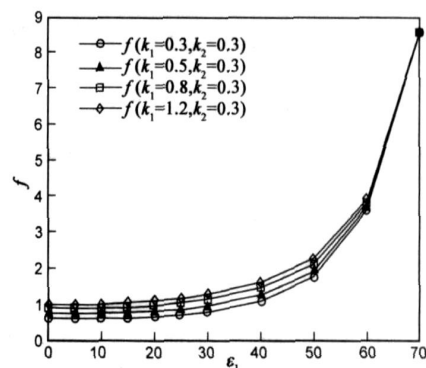


图 7 仰角测量精度较高情况下 $f(\theta_1, \theta_2, \varepsilon_1)$ 极小值与仰角关系

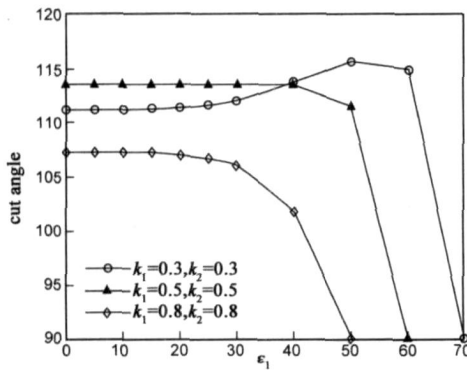


图8 $k_1=k_2$ 情况下 φ 与仰角的关系

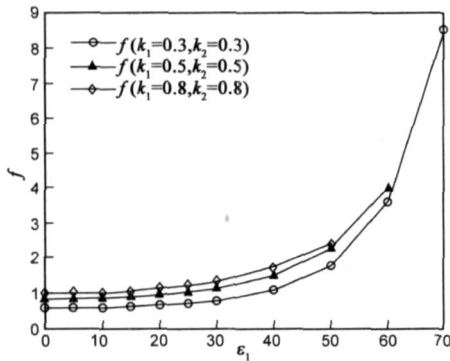


图9 $k_1=k_2$ 情况下 $f(\theta_1, \theta_2, \varepsilon_1)$ 极小值与仰角关系

5.2 结果分析及讨论

5.2.1 纯方位量测情况时的最优交会角

由表1和图3可以得出如下结论:

表2 $k_2=0.2$ 时 $\varphi, \theta_1, \theta_2$ 与 k_1 关系

k_1	k_2	ε_1	θ_1	θ_2	φ
0.1	0.2	0°	4.8°	107.59°	102.79°
0.3	0.2	0°	11.78°	117.74°	105.97°
0.9	0.2	0°	37.59°	148°	110.4°
1.7	0.2	0°	74.5°	172.13°	97.62°
1.8	0.2	0°	90.000°	180.000°	90.000°

表3 $k_2=0.5$ 时 $\varphi, \theta_1, \theta_2$ 与 k_1 关系

k_1	k_2	ε_1	θ_1	θ_2	φ
0.1	0.5	0°	14.3°	133.72°	119.4°
0.3	0.5	0°	22.46°	137.69°	115.23°
0.9	0.5	0°	46.94°	156.09°	109.15°
1.4	0.5	0°	73.60°	171.67°	98.07°
1.5	0.5	0°	90.000°	180.000°	90.000°

(1) 最优交会角 φ 范围在 $90^\circ \sim 110^\circ$ 之间.

(2) 在 $k_1 \leq 0.5$ 时, φ 近似恒为 $\pi/2$, $\theta_1 \rightarrow 0, \theta_2 \rightarrow \pi/2$, 极值点位置在传感器2(对应方位角误差较大的那个传感器)附近, 为极限情况, φ 为不可行最优交会角. 该 φ 值印证了前面解出的式(9).

(3) $k_1 > 0.5$ 时, 存在可行的 φ , 且随着 k_1 值的增大, φ 也单调增大, 在 $k_1 = 1$ 时 φ 达到最大值, 约为 110° . 此时目标与两传感器呈等腰三角形. 因此, 在纯方

位角定位中为了实现最优交会, 要求两个被动传感器量测精度要尽量接近, 且高精度传感器与低精度传感器的测角精度之比要大于 0.707.

5.2.2 仰角 $\varepsilon_1=0^\circ$ 时 1D 和 2D 被动传感器的最优交会角

由表2~4可以得出如下结论:

表4 $k_2=0.8$ 时 $\varphi, \theta_1, \theta_2$ 与 k_1 关系

k_1	k_2	ε_1	θ_1	θ_2	φ
0.1	0.8	0°	20.9°	141.97°	121.07°
0.3	0.8	0°	30.35°	146.39°	116.04°
0.9	0.8	0°	58.84°	163.74°	104.90°
1.2	0.8	0°	72.50°	171.13°	98.63°
1.3	0.8	0°	90.000°	180.000°	90.000°

(1) 最优交会角 φ 恒大于等于 90° ;

(2) 在方位角误差方差比例系数 $k_1 \leq 0.5$ 时存在可行的 φ , 这与两传感器皆为纯方位量测情况的结论是不同的;

(3) 当 k_2 为某一定值时, 随着 k_1 的增大, φ 在达到最大值后逐渐递减到 $\pi/2$, 这时两个传感器的方位角为 $\theta_1 \rightarrow \pi/2, \theta_2 \rightarrow \pi$, 即目标在传感器1(对应方位角误差较小的那个传感器)附近, 为极限情况. 该结果也印证了前面解出的式(9).

5.2.3 仰角 $\varepsilon_1 \neq 0^\circ$ 时 1D 和 2D 被动传感器的最优交会角

由图4~9可得出如下结论:

(1) 最优交会角 φ 恒大于等于 90° .

(2) 在 ε_1 小于 40° 时, 除了 $k_1 = 0.3, k_2 = 1.2$ 的情况, φ 及 $f(\theta_1, \theta_2, \varepsilon_1)$ 极小值受 ε_1 变化的影响不大, 也就是说在实际定位中, 在传感器方位角和仰角测量精度一定的情况下, 当目标位置的仰角较低(小于 40°) 时, 最优交会角及其定位误差受仰角变化的影响比较小, 可以近似认为基本保持不变. 该结论具有重要的实际意义, 因为在预警探测实际应用中, 目标的仰角通常小于 40° , 这样, 在选择传感器进行最优交会定位时, 我们不用考虑仰角, 而仅考虑方位角即可.

(3) 最优交会角受仰角测量精度的影响比较大, 而受方位角测量精度的影响相对比较小. 如在图4中, 如果2D被动传感器仰角精度较低, 而方位角精度较高(如 $k_1 = 0.3, k_2 = 0.8$ 时), 当目标的仰角较大(大于 40°) 时, 也不存在可行的最优交会角. 而在图6中, 当2D被动传感器仰角精度较高, 即使方位角测量精度较低(如 $k_1 = 1.2, k_2 = 0.3$ 时), 当目标的仰角不大于 60° 时, 仍然存在可行的最优交会角.

6 结束语

本文研究了不同测量维数的被动传感器组成的交

又定位系统中, 两个传感器的角度量测量精度不一致的情况下的最优交会角问题. 先假设仰角值为一定值, 通过 Newton 迭代法解出了使目标位置均方根误差最小的最优交会角, 然后再讨论了仰角及其精度对最优交会角的影响, 得出了相关结论. 该问题的研究对于通过无源传感器的最优化配置来提高定位精度具有一定的理论意义和实际意义.

附录 A

对式(1), (2), (3) 两边进行微分可以得出

$$\begin{aligned} dx &= \frac{D \cdot \sin \theta_2 \cdot \cos \theta_2}{\sin^2(\theta_2 - \theta_1)} \cdot d\theta_1 - \frac{D \cdot \sin \theta_1 \cdot \cos \theta_1}{\sin^2(\theta_2 - \theta_1)} \cdot d\theta_2 \\ dy &= \frac{D \cdot \sin^2 \theta_2}{\sin^2(\theta_2 - \theta_1)} \cdot d\theta_1 - \frac{D \cdot \sin^2 \theta_1}{\sin^2(\theta_2 - \theta_1)} \cdot d\theta_2 \\ dz &= \frac{D \cdot \sin \theta_2 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_1) \cdot \tan \varepsilon_1}{\sin^2(\theta_2 - \theta_1)} \\ &\cdot d\theta_1 + \left[\frac{D \cdot \cos \theta_2 \cdot \tan \varepsilon_1}{\sin(\theta_2 - \theta_1)} - \frac{D \cdot \sin \theta_2 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_1) \cdot \tan \varepsilon_1}{\sin^2(\theta_2 - \theta_1)} \right] \\ &\cdot d\theta_2 + \frac{D \cdot \sin \theta_2 \cdot (1 + \tan^2 \varepsilon_1)}{\sin(\theta_2 - \theta_1)} \cdot d\varepsilon_1 \end{aligned}$$

进而, 可求得定位误差方差

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &= \frac{D^2 \cdot \sin^2 \theta_2 \cdot \cos^2 \theta_2}{\sin^4(\theta_2 - \theta_1)} \cdot \sigma_{\theta_1}^2 + \frac{D^2 \cdot \sin^2 \theta_1 \cdot \cos^2 \theta_1}{\sin^4(\theta_2 - \theta_1)} \cdot \sigma_{\theta_2}^2 \\ \sigma_y^2 &= \frac{D^2 \cdot \sin^4 \theta_2}{\sin^4(\theta_2 - \theta_1)} \cdot \sigma_{\theta_1}^2 + \frac{D^2 \cdot \sin^4 \theta_1}{\sin^4(\theta_2 - \theta_1)} \cdot \sigma_{\theta_2}^2 \\ \sigma_z^2 &= \frac{D^2 \cdot \sin^2 \theta_2 \cdot \cos^2(\theta_2 - \theta_1) \cdot \tan^2 \varepsilon_1}{\sin^4(\theta_2 - \theta_1)} \\ &\cdot \sigma_{\theta_1}^2 + \frac{D^2 \cdot \sin^2 \theta_1 \cdot \tan^2 \varepsilon_1}{\sin^4(\theta_2 - \theta_1)} \cdot \sigma_{\theta_2}^2 \\ &+ \frac{D^2 \cdot \sin^2 \theta_2 \cdot (1 + \tan^2 \varepsilon_1)^2}{\sin^2(\theta_2 - \theta_1)} \cdot \sigma_{\varepsilon_1}^2 \end{aligned}$$

参考文献:

- [1] 何友, 王国宏, 等. 多传感器信息融合及应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2000. 7- 12.
- [2] 修建娟, 何友, 王国宏, 等. 两站无源定位系统中的多目标跟踪算法研究[J]. 电子学报, 2002, 30(12): 1763- 1767. Xiu Jiar juan, et al. Study on multitarget tracking algorithm in two direction finding location systems[J]. Acta Electronica

Sinica, 2002, 30(12): 1763- 1767. (in Chinese)

- [3] 王宏飞, 杨成梧. 双被动雷达交会跟踪的精度分析与跟踪算法[J]. 电子学报, 2003, 31(3): 471- 474. Wang Hong fei, et al. Tracking algorithm and precision analysis for passive radars from two platforms[J]. Acta Electronica Sinica, 2002, 30(12): 1763- 1767. (in Chinese)
- [4] 赵国庆. 雷达对抗原理[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1999. 60- 62.
- [5] XIU Jiar juan, HE You, WANG Guo hong, XIU Jiar hua. Constellation of multisensors in bearing only location system [J]. IEE Proc Radar Sonar Navig, 2005, 152(3): 215- 218.
- [6] 孙仲康, 周一宇, 何黎星. 单多基地有源无源定位技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 1996. 21- 23.
- [7] Don J Torrieri. Statistical theory of passive location systems [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1984, 20(2): 183- 197.
- [8] Leslaw R, Paradowski. Uncertainty ellipses and their application to interval estimation of emitter position[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1997, 33(4): 126- 132.
- [9] Gavish M, Weiss A J. Performance analysis of bearing only target location algorithms [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1992, 28(3): 817- 828.

作者简介:



王国宏 男, 1963 年生, 山西沁水人, 教授, 博士生导师, 泰山学者特聘教授, 获国务院政府特殊津贴, 获第六届“全国百篇优秀博士学位论文奖”, 被国家人事部、全国博士后管委会授予“全国优秀博士后”荣誉称号. 主要研究领域有: 目标识别、多传感器信息融合、多目标跟踪等.
E mail: wangguohong@vip. sina. com



苏伟 男, 1983 年生, 广东汕头人, 现为海军航空工程学院硕士研究生, 主要研究方向为单多基地无源定位.
E mail: hellosuwei@126. com